

## 9 定积分

### 定义

1. 默写函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上可积的定义。这个定义分成哪四个步骤? 定积分是什么类型的数学对象?

2.  $\int_a^b f(x)dx$  这个记号表示什么含义? (Hint: 分  $b > a, b = a, b < a$  讨论)

3. 定积分的几何意义是什么?

4. 什么是变上限积分? 它是什么类型的数学对象?

5. 默写函数  $f(x)$  在  $[a, +\infty)$  的无穷积分收敛的定义。

6. 记号  $\int_a^{+\infty} f(x)dx, \int_{-\infty}^a f(x)dx, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$  分别表示什么含义?

### 定理

1. 定积分的线性性质 (思考如何证明)

2. 定积分的区间可加性 (思考如何证明)

3. 设两个函数在某区间上可积, 积分值的大小与两个函数的大小有什么关系? 请叙述积分的保序性质, 并思考如何证明。

此性质的推论:

(1) (保号性) 若函数非负, 则积分值 \_\_\_\_\_

(2) (绝对值不等式)  $|\int_a^b f(x)dx|$  \_\_\_\_\_  $\int_a^b |f(x)|dx$

(3) 若函数最大值与最小值分别为  $M$  和  $m$ , 积分值的范围: \_\_\_\_\_  $\leq \int_a^b f(x)dx \leq$  \_\_\_\_\_